

Aufgabe 7 (Teil B)

Fruchtsaftproduktion

Ein Unternehmen produziert den Fruchtsaft *Mangomix*.

- a) Die Kosten bei der Produktion des Fruchtsafts *Mangomix* können durch eine ertragsgesetzliche Kostenfunktion K beschrieben werden:

$$K(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + 105 \cdot x + 1215$$

x ... Produktionsmenge in hl

$K(x)$... Kosten bei der Produktionsmenge x in €

Von der Kostenfunktion ist bekannt:

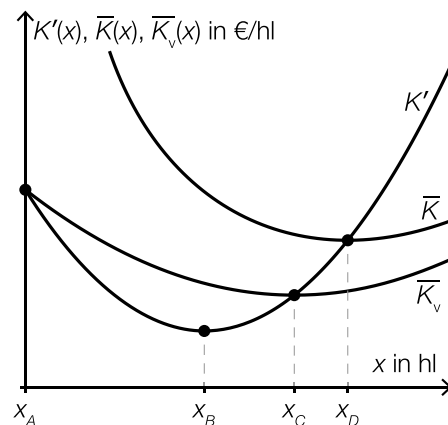
I: Die Grenzkosten bei einer Produktionsmenge von 25 hl betragen 30 €/hl.

II: $K''(25) = 0$

- 1) Erstellen Sie eine Gleichung, die die Bedingung I beschreibt. [1 Punkt]
- 2) Interpretieren Sie die Bedeutung der Zahl 25 in der Gleichung II im gegebenen Sachzusammenhang. [1 Punkt]
- 3) Berechnen Sie die Koeffizienten a und b . [1 Punkt]

- b) In der nachstehenden Abbildung sind die Graphen der Grenzkostenfunktion K' , der Durchschnittskostenfunktion \bar{K} und der variablen Durchschnittskostenfunktion \bar{K}_v für den Fruchtsaft *Mangomix* dargestellt.

Vier Produktionsmengen, x_A bis x_D , sind auf der horizontalen Achse markiert.



- 1) Ordnen Sie den beiden Begriffen jeweils die zutreffende Produktionsmenge aus A bis D zu. [1 Punkt]
[2 zu 4]

Kostenkehre	
Betriebsminimum	

A	Produktionsmenge x_A
B	Produktionsmenge x_B
C	Produktionsmenge x_C
D	Produktionsmenge x_D

- c) Der Erlös beim Verkauf des Fruchtsafts *Mangomix* kann durch eine quadratische Funktion E beschrieben werden:

$$E(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x \text{ mit } x \geq 0$$

x ... Absatzmenge in hl

$E(x)$... Erlös bei der Absatzmenge x in €

- 1) Ergänzen Sie die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen des jeweils richtigen Satzteils so, dass eine korrekte Aussage entsteht. [Lückentext] [1 Punkt]

Der Koeffizient a muss _____ ① _____ sein, weil der Graph von E _____ ② _____.

①	
positiv	<input type="checkbox"/>
negativ	<input type="checkbox"/>
gleich null	<input type="checkbox"/>

②	
durch den Ursprung geht	<input type="checkbox"/>
keinen Wendepunkt hat	<input type="checkbox"/>
nach unten geöffnet ist	<input type="checkbox"/>

- 2) Weisen Sie nach, dass der maximale Erlös bei der Absatzmenge $x_0 = -\frac{b}{2 \cdot a}$ erzielt wird. [1 Punkt]

- d) Der Grenzgewinn für den Fruchtsaft *Mangomix* kann durch die Funktion G' beschrieben werden:

$$G'(x) = -0,12 \cdot x^2 - 4 \cdot x + 220$$

x ... Absatzmenge in hl

$G'(x)$... Grenzgewinn bei der Absatzmenge x in €/hl

- 1) Ermitteln Sie diejenige Absatzmenge, bei der der maximale Gewinn erzielt wird. [1 Punkt]

Die Fixkosten betragen 1.215 €.

- 2) Erstellen Sie eine Gleichung der zugehörigen Gewinnfunktion G unter Berücksichtigung der Fixkosten. [1 Punkt]

Es soll derjenige Bereich für die Absatzmenge ermittelt werden, in dem der Gewinn mindestens 1.000 € beträgt.

- 3) Ermitteln Sie diesen Bereich. [1 Punkt]